

Na υπολογιστούν τα ολοκληρώματα

$$I_1 = \int e^{-2x} \cdot \mu \mu^2 x \, dx \quad \text{και} \quad I_2 = \int e^{-2x} \cdot \sigma \omega^2 x \, dx$$

ΛΥΣΗ

$$\begin{aligned} \bullet I_1 + I_2 &= \int e^{-2x} \mu \mu^2 x \, dx + \int e^{-2x} \sigma \omega^2 x \, dx = \\ &= \int e^{-2x} (\mu \mu^2 x + \sigma \omega^2 x) \, dx = \int e^{-2x} \, dx = -\frac{e^{-2x}}{2} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet I_1 - I_2 &= \int e^{-2x} \sigma \omega^2 x \, dx - \int e^{-2x} \mu \mu^2 x \, dx = \\ &= \int e^{-2x} (\sigma \omega^2 x - \mu \mu^2 x) \, dx - \boxed{\int e^{-2x} \sigma \omega^2 x \, dx} \quad \leftarrow I_1 - I_2 \\ &= \frac{1}{2} \int e^{-2x} \cdot (\mu \mu^2 x)' \, dx = \frac{1}{2} e^{-2x} \cdot \mu \mu^2 x - \frac{1}{2} \int e^{-2x} (-2x)' \mu \mu^2 x \, dx = \\ &= \frac{1}{2} e^{-2x} \mu \mu^2 x + \int e^{-2x} \cdot \mu \mu^2 x \, dx = \\ &= \frac{1}{2} e^{-2x} \mu \mu^2 x - \frac{1}{2} \int e^{-2x} \cdot (\sigma \omega^2 x)' \, dx = \\ &= \frac{1}{2} e^{-2x} \mu \mu^2 x - \frac{1}{2} e^{-2x} \sigma \omega^2 x + \frac{1}{2} \int e^{-2x} (-2x)' \sigma \omega^2 x \, dx = \\ &= \frac{1}{2} e^{-2x} \mu \mu^2 x - \frac{1}{2} e^{-2x} \sigma \omega^2 x - \boxed{\int e^{-2x} \sigma \omega^2 x \, dx} \quad \leftarrow I_1 - I_2 \\ \Rightarrow I_1 - I_2 &= \frac{1}{2} e^{-2x} \mu \mu^2 x - \frac{1}{2} e^{-2x} \sigma \omega^2 x - I_1 + I_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2I_1 - 2I_2 &= \frac{1}{2} e^{-2x} \mu \mu^2 x - \frac{1}{2} e^{-2x} \sigma \omega^2 x \Rightarrow \\ \Rightarrow I_1 - I_2 &= \frac{e^{-2x} \mu \mu^2 x - e^{-2x} \sigma \omega^2 x}{4} \quad (2) \end{aligned}$$

$$I_1 + I_2 = -\frac{e^{-2x}}{2} \quad \kappa \alpha \quad I_1 - I_2 = \frac{e^{-2x} \cdot \eta \mu 2x - e^{-2x} \cdot \sigma \omega 2x}{4}$$

Προσθίσουμε κατά μέλη:

$$2I_1 = -\frac{e^{-2x}}{2} + \frac{e^{-2x} \cdot \eta \mu 2x - e^{-2x} \cdot \sigma \omega 2x}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{-2 \cdot e^{-2x} + e^{-2x} \cdot \eta \mu 2x - e^{-2x} \cdot \sigma \omega 2x}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{e^{-2x}(-2 + \eta \mu 2x - \sigma \omega 2x)}{8}$$

Αρα,

$$I_2 = -\frac{e^{-2x}}{2} - \frac{e^{-2x}(-2 + \eta \mu 2x - \sigma \omega 2x)}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{-4e^{-2x} - e^{-2x}(-2 + \eta \mu 2x - \sigma \omega 2x)}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{e^{-2x}(-4 + 2 + \eta \mu 2x - \sigma \omega 2x)}{8} = \frac{e^{-2x}(-2 + \eta \mu 2x - \sigma \omega 2x)}{8}$$

Αρα, $I_1 = I_2$